

# ECONOMICS

## B A PART III

### PAPER VIII

#### MATHEMATICAL METHODS IN ECONOMICS

- Website [ncert.nic.in](http://ncert.nic.in) पर जाएं।
- इस page के **Menu** button (☰) पर जाएं ।

इस बटन को दबाएं (click करें)

- नए पेज में स्क्रॉल कर नीचे Menu में

#### Publications

Heading के रूप में लिखा मिलेगा।

इस बटन को दबाएं (click करें)

इसमें

PDF (1-XII)

लिखा मिलेगा।

इस बटन को दबाएं (click करें)।

- पुनः नए पेज पर एक box खुलेगा जिसमें

**Select Class** में **Class XII** के गोले को दबाएं ।

**Select Subject** में **Mathematics** के गोले को दबाएं ।

**Select Book** Title में **Ganit-I** के गोले को दबाएं ।

पुनः **Go** के गोले को दबाएं ।

- पुस्तक

**“गणित - कक्षा XII के लिए पाठ पुस्तक भाग- I”**

का चित्र आयेगा। साथ ही बाएं इसके अध्यायों की सूची आयेगी।

- इसके तृतीय अध्याय, chapter -3 का **Open** button दबाएं।

पुनः PDF button दबाएं।

“अव्यूह” का पूरा अध्याय आपके स्क्रीन पर खुल जायेगा।

इस इकाई के पृष्ठ 65 से 68 तक आंकड़ों का अव्यूह निरूपण समझाया गया है।

## अव्यूह की परिभाषा

### 3.1 समग्र अवलोकन (Overview)

3.1.1 अव्यूह संख्याओं (या फलनों) का एक आयताकार क्रमित क्रम विन्यास है। उदाहरणार्थ,

$$A = \begin{bmatrix} x & 4 & 3 \\ 4 & 3 & x \\ 3 & x & 4 \end{bmatrix}$$

संख्याओं (या फलनों) अव्यूह के अवयव या प्रविष्टियाँ कहते हैं।

अव्यूह के अवयवों को क्षैतिज रेखाएँ, अव्यूह की पंक्तियाँ (Rows) तथा ऊर्ध्व रेखाएँ अव्यूह के स्तंभ (Columns) कहलाते हैं।

### 3.1.2 अव्यूह की कोटि (Order of a matrix)

$m$  पंक्तियों तथा  $n$  स्तंभों वाले किसी अव्यूह को  $m \times n$  कोटि (Order) का अव्यूह अथवा केवल  $m \times n$  अव्यूह कहते हैं।

उपर्युक्त उदाहरण में,  $A$  एक  $3 \times 3$  कोटि का अव्यूह अर्थात्  $3 \times 3$  अव्यूह है।

व्यापक रूप में एक  $m \times n$  अव्यूह का निम्नलिखित आयताकार क्रम विन्यास होता है:

$$A = [a_{ij}]_{m \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}_{m \times n} \quad 1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n \text{ तथा } i, j \in \mathbf{N}.$$

अवयव  $a_{ij}$  वह अवयव है जो  $i$  वीं पंक्ति और  $j$  वें स्तंभ में स्थित होता है तथा इसे  $A$  का  $(i, j)$ वाँ अवयव कहते हैं।  $m \times n$  अव्यूह में अवयवों की संख्या  $mn$  होती है।

## आव्यूह के प्रकार (Types of Matrices)

- (i) एक आव्यूह, पंक्ति आव्यूह कहलाता है यदि उसमें केवल एक पंक्ति होती है।
- (ii) एक आव्यूह, स्तंभ आव्यूह कहलाता है यदि उसमें केवल एक स्तंभ होता है।
- (iii) एक आव्यूह जिसमें पंक्तियों की संख्या स्तंभों की संख्या के समान होती है, एक वर्ग आव्यूह (Square matrix) कहलाता है। अतः एक  $m \times n$  आव्यूह, वर्ग आव्यूह कहलाता है यदि  $m = n$  हो और उसे 'n' कोटि का वर्ग आव्यूह कहते हैं।
- (iv) एक वर्ग आव्यूह  $B = [b_{ij}]_{n \times n}$  विकर्ण आव्यूह (Diagonal matrix) कहलाता है यदि विकर्ण के अतिरिक्त इसके सभी अन्य अवयव शून्य होते हैं अर्थात् एक वर्ग आव्यूह  $B = [b_{ij}]_{n \times n}$  विकर्ण आव्यूह कहलाता है यदि  $b_{ij} = 0$ , जब  $i \neq j$  हो।
- (v) एक विकर्ण आव्यूह, अदिश आव्यूह (Scalar matrix) कहलाता है यदि इसके विकर्ण के अवयव समान होते हैं, अर्थात् एक वर्ग आव्यूह  $B = [b_{ij}]_{n \times n}$  अदिश आव्यूह कहलाता है यदि  $b_{ij} = 0$ , जब  $i \neq j$ ,  $b_{ij} = k$ , जब  $i = j$ , जहाँ  $k$  कोई अचर है।
- (vi) एक वर्ग आव्यूह जिसके विकर्ण के सभी अवयव एक होते हैं तथा शेष अन्य सभी अवयव शून्य होते हैं, तत्समक आव्यूह (Identity matrix) कहलाता है।  
दूसरे शब्दों में, वर्ग आव्यूह  $A = [a_{ij}]_{n \times n}$  एक तत्समक आव्यूह है यदि  $a_{ij} = 1$ , जब  $i = j$  हो तथा  $a_{ij} = 0$ , जब  $i \neq j$  हो।
- (vii) एक आव्यूह, शून्य आव्यूह या रिक्त आव्यूह कहलाता है यदि इसके सभी अवयव शून्य हों। हम शून्य आव्यूह को  $O$  द्वारा निरूपित करते हैं।
- (viii) दो आव्यूह  $A = [a_{ij}]$  तथा  $B = [b_{ij}]$  समान कहलाते हैं यदि
  - (a) वे समान कोटि के हों, तथा
  - (b) A का प्रत्येक अवयव, B के संगत अवयव के समान हो, अर्थात्,  $i$  तथा  $j$  के सभी मानों के लिए  $a_{ij} = b_{ij}$  हो।

भी छात्र बिना अनुमति के और बिना पैसे खर्च किए उपयोग के लिए स्वतंत्र है। इसका लाभ उठाकर अपना ज्ञानवर्धन करें।

आव्यूह का ज्ञान गणितीय अर्थशास्त्र समझने के लिए आवश्यक है। यह आव्यूह के ज्ञान का प्रारंभ है। आव्यूह की प्रक्रियाओं का ज्ञान जब हम प्राप्त कर लेंगे तब हम तब हम इसका ज्यादा उपयोग कर पाएंगे।

यह BA level का कोर्स सामग्री है किन्तु साथ ही reference book का अध्ययन किया जाना आवश्यक है। प्रत्येक इकाई के अंत में उस इकाई से संबंधित पुस्तकों का नाम, लेखक का नाम एवं प्रकाशक का नाम दिया गया है।

साथ ही कई प्रश्न छात्रों को हल करने के लिए दिया गया है जिससे उनकी समझ और विश्वास में निरंतर अभ्यास से वृद्धि हो।

Corona virus की इस विभीषिका काल में **IGNOU (इंदिरा गांधी राष्ट्रीय मुक्त विश्वविद्यालय)** इस पठन सामग्री जो इंटरनेट पर सुलभ है का छात्र अपने ज्ञान वर्धन और परीक्षा की तैयारी के लिए उपयोग करेंगे और लाभ उठाएंगे।

*Prof. Chanchal Kumar Pandey*

*Head*

*Department of Economics*

*Maharaja College*

*Ara*

