## 5.1. PRINCIPLE OF SUPERPOSITION AND LINEARITY

### 5.1.1. Introduction

According to the principle of superposition, when two or more harmonic waves are simultaneously propagating in an elastic medium are superimposed then resultant displacement of any particle at any instant is equivalent to the vector sum of the displacements of that particle, because of individual (separate) waves at that instant.

This principle states that each wave moves individually as if no other waves were present at all and their individual shapes and other characteristics are not changed by the presence of another.

Suppose $y_1$ is the displacement of point x at time t. The function $y_1$ (x, t) describes the wave. Therefore this function must be the solution of differential equation of wave motion

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

That is
$$\frac{\partial^2 y_1(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y_1(x,t)}{\partial t^2} \quad \text{.....(1)}$$

In the same way, suppose $y_2$ are the displacement of the same point x at the same time t. Hence it is also the solution of differential equation of wave motion

$$\frac{\partial^2 y_2(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y_2(x,t)}{\partial t^2} \quad \text{....(2)}$$

By adding equation (1) and equation (2), we obtain

$$\frac{\partial^2 y_1(x,t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 y_2(x,t)}{\partial x_2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y_1(x,t)}{\partial t^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y_2(x,t)}{\partial t^2}$$

### 5.1.2. Superpositions of SHM

A simple harmonic motion is said to be a special type of periodic motion which is represented by a sinusoidal function.

$$y(t) = A \sin(\omega t + \alpha)$$

## 5.1. अध्यारोपण और रैखिकता का सिद्धांत

### 5.1.1. परिचय

अध्यारोपण के सिद्धांत के अनुसार, जब दो या दो से अधिक हार्मोनिक तरंगें एक प्रत्यास्थ माध्यम में एक साथ संचरित होती हैं, तब उन्हें अध्यारोपित किया जाता है तब किसी भी क्षण में कण का परिणामी विस्थापन उस क्षण में अलग–अलग तरंगों के कारण, उस कण के विस्थापन के सदिश योग के बराबर होता है।

यह सिद्धांत बताता है कि प्रत्येक तरंग अलग–अलग प्रकार से गति करती है जैसे कि कोई अन्य तरंगें उपस्थित ही नहीं थीं और प्रत्येक का आकार और अन्य विशेषताएं किसी अन्य की उपस्थिति से नहीं बदलती हैं।

माना $y_1$ समय t पर बिंदु x का विस्थापन है। फलन $y_1$ (x, t) तरंग का वर्णन करता है। इसलिए यह फलन तरंग गति के अवकल समीकरण का हल होना चाहिए जो कि निम्न प्रकार है–

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

अर्थात्
$$\frac{\partial^2 y_1(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y_1(x,t)}{\partial t^2} \quad \text{.....(1)}$$

इसी प्रकार, माना $y_2$ एक ही समय t पर एक ही बिंदु x का विस्थापन है। अतः यह तरंग गति के अवकल समीकरण का भी हल है जो कि निम्न प्रकार है–

$$\frac{\partial^2 y_2(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y_2(x,t)}{\partial t^2} \quad \text{....(2)}$$

समीकरण (1) और समीकरण (2) को जोड़ने पर, हम ज्ञात करते हैं–

$$\frac{\partial^2 y_1(x,t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 y_2(x,t)}{\partial x_2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y_1(x,t)}{\partial t^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y_2(x,t)}{\partial t^2}$$

### 5.1.2. सरल आवर्त गति का अध्यारोपण

एक सरल आवर्त गति को एक विशेष प्रकार की आवर्त गति कहा जाता है जिसे ज्यावक्रीय फलन द्वारा दर्शाया जाता है।

$$y(t) = A \sin(\omega t + \alpha)$$