

Mona

Assistant Professor

Maharaja College

Veer Kunwar Singh University, Ara

B.A. Economics

Sem-2

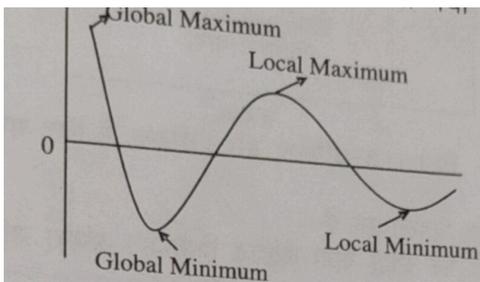
Paper - MIC-2

Topic - उच्चिष्ठ और निम्नष्ठ (Maxima and Minima)

उच्चिष्ठ और निम्नष्ठ (Maxima and Minima)

1) उच्चिष्ठ (Maxima)-उच्चिष्ठ का बिंदु वह बिंदु होता है जिस पर कोई फलन अपने अधिकतम मान तक पहुंचता है। सापेक्ष उच्चिष्ठ या स्थानीय उच्चिष्ठ को किसी विशेष अंतराल में फलन के अधिकतम मान के रूप में परिभाषित किया गया है।

2) निम्नष्ठ (Minima)-निम्नष्ठ का बिंदु वह बिंदु होता है जिस पर कोई फलन अपने न्यूनतम मान तक पहुंचता है। सापेक्ष न्यूनतम या स्थानीय न्यूनतम को विशेष अंतराल में फलन के न्यूनतम रूप में परिभाषित किया गया है।



चित्र- 11.2

किसी फलन में वैश्विक अधिकतम या वैश्विक न्यूनतम और स्थानीय अधिकतम या स्थानीय न्यूनतम मान हो सकता है। फलन की संपूर्ण श्रृंखला के लिए अधिकतम मान या न्यूनतम मान को

वैश्विक चरम कहा जाता है। केवल उस बिंदु के निकटतम पड़ोस में अधिकतम या न्यूनतम मान स्थानीय अधिकतम या स्थानीय न्यूनतम होता है।

उच्चिष्ठ और निम्निष्ठ को अवकलज के रूप में व्यक्त किया जा सकता है। किसी फलन के पहले अवकलज और दूसरे अवकलज का उपयोग करके, हम उच्चिष्ठ और निम्निष्ठ के लिए आवश्यक और पर्याप्त शर्तें ज्ञात कर सकते हैं।

सापेक्ष उच्चिष्ठ के लिए परीक्षण (Tests for Relative Extrema)

1) पहला अवकलज परीक्षण (First Derivative Test)-

i) सापेक्ष उच्चिष्ठ के लिए आवश्यक शर्त (Necessary Condition for Relative Extrema)-

किसी फलन f के लिए एक बिंदु $x = a$, पर एक सापेक्ष उच्चिष्ठ (उच्चिष्ठ और निम्निष्ठ) होना, आवश्यक शर्त यह है कि $f'(a) = 0$ या $f'(a)$ नहीं है। बिंदु $x = a$ को क्रांतिक बिंदु कहा जाता है।

ii) पर्याप्त स्थिति (Sufficient Condition)-

a) एक फलन f का $x = a$, पर सापेक्ष उच्चिष्ठ होता है, यदि $f'(x)$ क्रांतिक बिंदु $f'(x)$ से गुजरते समय चिन्ह को धनात्मक से ऋणात्मक में बदलता है।

b) फलन f में $x = a$ पर सापेक्ष न्यूनतम होता है, यदि $f'(x)$ क्रांतिक बिंदु $x = a$ से गुजरते समय संकेत को ऋणात्मक से धनात्मक में बदल देता है।

Q दूसरा अवकलज परीक्षण (Second Derivative Test)-

चरण 1- $f'(x)$ ज्ञात करें।

चरण 2-क्रांतिक बिंदु ज्ञात करने के लिए, $f'(x) = 0$ सेट करें और x के लिए हल करें।

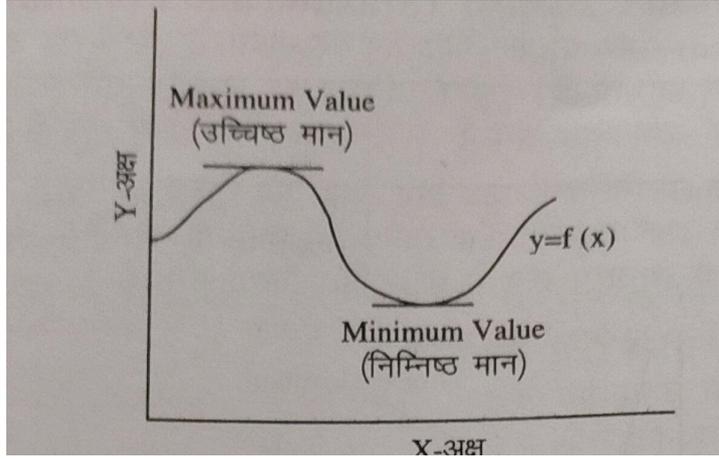
चरण 3- $f''(x)$ ज्ञात करें।

चरण 4-प्रत्येक क्रांतिक बिंदु $x = a$ के लिए $f''(a)$ ज्ञात करें।

चरण 5-

i) जब $f''(a) < 0$ है, तब f के सापेक्ष उच्चिष्ठ $x = a$ पर होता है।

ii) जब $f''(a) > 0$ है, तब f का सापेक्ष न्यूनतम मान $x = a$ है।



चित्र 11.3

चित्र 11.3 से निम्नलिखित अवलोकन हैं-

1) उच्चिष्ठ और निम्निष्ठ पर स्पर्श रेखा क्षैतिज होती है। अर्थात् उच्चिष्ठ और निम्निष्ठ पर स्पर्श रेखा की प्रवणता शून्य है।

2) उच्चतम बिंदु प्राप्त करने से पहले, वक्र घटती दर पर ऊपर की ओर झुकता है और उच्चतम बिंदु प्राप्त करने के बाद, वक्र घटती दर पर नीचे की ओर झुकता है।

न्यूनतम बिंदु प्राप्त करने से पहले, वक्र बढ़ती दर से नीचे की ओर झुकता है और

न्यूनतम बिंदु प्राप्त करने के बाद, वक्र बढ़ती दर से ऊपर की ओर बढ़ता है। किसी फलन की प्रवणता आश्रित चर में परिवर्तन और स्वतंत्र चर में परिवर्तन का अनुपात होता है। प्रथम अवकलज dy/dx का चिन्ह फलन $y = f(x)$ का मान प्रदान करता है। दूसरे अवकलज $d/dx(dy/dx)$ या d^2y/dx^2 का चिन्ह वक्र की प्रवणता बताता है।